Ex. Find the centers and radii of the spheres

a) $x^2+y^2+z^2+4x-2y-6z=50$

$(x+2)^2+(y-1)^2+(z-3)^2=50+14=64$

center $(-2,1,3)$, $r^2=64 \Rightarrow r=\sqrt{64}=8$

b) $x^2+y^2+z^2-10x+6y-4z=-37$

$(x-5)^2+(y+3)^2+(z-2)^2=-37+38$

$(x-5)^2+(y+3)^2+(z-2)^2=1$

center $(5,-3,2)$ & $r^2=1 \Rightarrow r=1$

c) $x^2+y^2+z^2+2x-8y+6z=10$

$(x+1)^2+(y-4)^2+(z+3)^2=10+26$

$(x+1)^2+(y-4)^2+(z+3)^2=36$

Center $(-1,4,-3)$, $r^2=36 \Rightarrow r=\sqrt{36}=6$

d) $x^2 + y^2 + z^2 - 2az = 0$

$(x-0)^2 + (y-0)^2 + (z-a)^2 = 0 + a^2$

$(x-0)^2 + (y-0)^2 + (z-a)^2 = a^2$

Center $(0, 0, a)$, $r^2 = a^2 \Rightarrow r = a$.

Ex. Find the distance between the Point (x, y, z) and the a,

a) x-axis (

$(x, 0, 0)$

$$D = \sqrt{(x-x_1)^2 + (y-y_1) + (z-z_1)^2}$$

$$D = \sqrt{(x-x)^2 + (y-0)^2 + (z-0)^2} = \sqrt{y^2 + z^2}$$

b) y-axis

$(0, y, 0)$

$$D = \sqrt{x^2 + z^2}$$

c) z-axis

$(0, 0, z)$

$$D = \sqrt{x^2 + y^2}$$

chapter two

Domain and Range

Domain

هو المجال ويمثل قيم x التي تجعل قيمة y حقيقية.

$y = F(x)$

Range

هو المجال ويمثل قيم y التي تجعل قيمة x حقيقية.

EX. Find the Domain and Range of the function $y = x + 1$

sol

$D_f \quad y = x + 1$

$\therefore D_f = R$

$R_f =$

$y = x + 1$

$x = y - 1$

$R_f = R$

ملاحظة: اذا كانت الدالة كسرية ولا جذرية

فان المجال او المجال المقابل هو كل الاعداد

الحقيقية ($\mathbb{R}$)

Ex. find the Domain and Range of the function $y = x^2 - 1$

الدالة غير كسرية ولا جذرية

$D_f = \mathbb{R}$

R_f $\quad y = x^2 - 1$

$x^2 = y + 1$

$x = \pm\sqrt{y+1}$

$\sqrt{y+1} \geq 0$

$y + 1 \geq 0$

$y \geq -1$

$R_f = [-1, \infty)$

Ex. $y = 2x + 1$

$D_f = \mathbb{R}$ المجال يمثل كل القيم الحقيقية

$y = 2x + 1$

$2x = y - 1$

$x = \frac{y-1}{2}$

$R_f = \mathbb{R}$ لأن المقام لا يمكن أن يكون 0 عدد ولي متغير

Ex. $y = \sqrt{x^2 - 4}$

$\sqrt{x^2 - 4} \geq 0$

$x^2 - 4 \geq 0$

$x^2 \geq 4$

$x \geq \pm 2$

$x \geq 2 \quad , \quad x \leq -2$

$D_f = \mathbb{R} / (-2, 2)$

R_f

$y = \sqrt{x^2 - 4}$

$$y^2 = x^2 - 4$$

$$x^2 = y^2 + 4$$

$$x = \pm \sqrt{y^2 + 4}$$

بما ان قيمة (y) سالبة فان مربعها موجب

لذلك تكون قيمة (y) من 0 الى ∞

$$R_f = [0, \infty)$$

Ex. $y = \sqrt{9 - x^2}$

$$\sqrt{9 - x^2} \geq 0$$

$$9 - x^2 \geq 0$$

$$x^2 \leq 9$$

$$x \leq \pm 3$$

$$D_f = R / [-3, +3)$$

for R_f

$$y = \sqrt{9 - x^2}$$

$$y^2 = 9 - x^2$$

$x^2 = 9 - y^2$

$x = \pm\sqrt{9 - y^2}$

$9 - y^2 \geq 0$

$y^2 \leq 9$

$y \leq \pm 3$

$y \leq 3 \quad , \quad y \geq -3$

لكون قيمة (y) في معادلة (x) مربعة فقيم (y)

السالبة تكون موجبة

لذا فان قيم $R_f = R/[0,3)$

EX. $y = \sqrt{x^2 - 3x}$

$\sqrt{x^2 - 3x} \geq 0$

$x^2 - 3x \geq 0$

$x(x-3) \geq 0$

$x = 0$ اما

$x - 3 \geq 0$ او

$x \geq 3$

$D_f = R / [0, 3)$

for R_f

$$y = \sqrt{x^2 - 3x}$$

$$y^2 = x^2 - 3x$$

$$x = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}$$ لا ستور،

$$x = \frac{+3 \pm \sqrt{9 + 4y^2}}{2}$$

$$\sqrt{9 + 4y^2} \geq 0$$

$$9 + 4y^2 \geq 0$$

$$9 \geq -4y^2$$

$$4y^2 \geq -9$$ هذا غير ممكن لان

مهما تكن قيمة (y) سالبة فان مربعها موجب

لذا تكون قيم

$R_f = [0, \infty)$

EX. $y = \frac{3x}{2x+6}$

$2x + 6 \neq 0$

$2x \neq -6$

$x \neq \frac{-6}{2}$

$x \neq -3$

$D_f = R / \{-3\}$

$2xy + 6y = 3x$

$2xy - 3x = -6y$

$x(2y - 3)$

$x = \frac{-6y}{2y-3}$

$2y - 3 \neq 0$

$y \neq \frac{3}{2}$

$R_f = R / \{\frac{3}{2}\}$

Ex. $y^2 + x^2 = 25$

$y^2 = 25 - x^2$

$y = \pm\sqrt{25 - x^2}$

$25 - x^2 \geq 0$

$25 \geq x^2$

$x \leq \pm 5$

$x \leq 5 \quad , \quad x \geq -5$

$D_f = [-5, 5]$

$x^2 = 25 - y^2$

$x = \pm\sqrt{25 - y^2}$

$25 - y^2 \geq 0$

$y^2 \leq 25$

$y \leq \pm 5$

$y \leq 5 \quad , \quad y \geq -5$

$R_f = [-5, 5]$