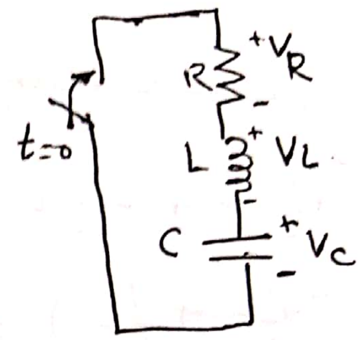
RLC cct

إعادة بسيطة انه عندما نقول Free-source او Natural معناها الدائرة النهائية لا يوجد فيها مصدر. وهنا الذي موجود لدينا هو الدائرة توالي للـ RLC او على التوازي. وايضا ممكن تسمية هذه الدوائر بالـ Second order cct

هنا لو نلاحظ بالدائرة الموجودة بالشكل الاتي تم ربط مقاومة وملف ومتسعة على التوالي وعند $t=0$ تم غلق المفتاح

بعد ما تم غلق المفتاح اكدر اطبق قانون كيرشوف للفولتية وهو



$$V_L + V_C + V_R = 0$$

هنا ملاحظة مهمة جدا في حالة التوالي دائما نستخرج التيار للمعادلة .. سوف يتم تعويض كل فولتية بما يقابلها من التيار.

$$\therefore L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\int i\,dt + Ri = 0$$

لو نلاحظ انه معادلة تمثل ما يوجد فيها بعض التعقيد لانه يوجد اشتقاق وتكامل لذلك من المفروض جعل المعادلة تحمل صفة واحدة وهي اما تكامل فقط او اشتقاقات فقط. لذلك سوف نشتق مرة اخرى لنتخلص من التكامل.

$$\therefore L\frac{d^2i}{dt^2} + R\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}i = 0 \Big] \div L$$

$$\therefore \frac{d^2i}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{di}{dt} + \frac{1}{LC}i = 0 \Rightarrow$$ تسمى هذه المعادلة بمعادلة من الدرجة الثانية او Homegenous D.E.

نستطيع التعويض عن $\frac{d^2i}{dt^2}$ بـ i''

$$\therefore i'' + \frac{R}{L}i' + \frac{1}{LC}i = 0$$

* حتى نحل مثل هذه المعادلات Homegenous D.E. سوف يكون الحل.

$$i = A_1e^{s_1t} + A_2e^{s_2t}$$

2 ممكن اي طالب يسأله شنو هي S_1, S_2 و A_1, A_2

$A_1, A_2 \rightarrow$ Constant.

$S_1, S_2 \rightarrow$ هي الجذور التربيعية

القيم استخرجها من المعادلة ذات الدرجة الثانية

ملاحظة مهمة: كيفية استخراج هذه الجذور (S_1, S_2) .

يتم تعويض عن كل $(//)$ بـ s^2 و $(/)$ s . فنحصل المعادلة كالاتي :

$$s^2 i + \frac{R}{L} s i + \frac{1}{CL} i = 0$$

$$i\left(s^2 + \frac{R}{L}s + \frac{1}{Lc}\right) = 0$$

$$\because i = A_1 e^{s_1 t} + A_2 e^{s_2 t}$$

$$\therefore A_1 e^{s_1 t}\left(s^2 + \frac{R}{L}s + \frac{1}{Lc}\right) + A_2 e^{s_2 t}\left(s^2 + \frac{R}{L}s + \frac{1}{Lc}\right) = 0$$

هنا لو نلاحظ $\left[s^2 + \frac{R}{L}s + \frac{1}{Lc}\right]$ هي معادلة من الدرجة الثانية يعني اكدر

استخرجها بالدستور فنستخرج S_1 و S_2 .

قانون الدستور هو

$$\alpha = \frac{-b \mp \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\therefore S_1 = -\frac{R}{2L} + \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{Lc}} = -\alpha + B$$

$$S_2 = -\frac{R}{2L} - \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{Lc}} = -\alpha - B$$

$$\alpha = \frac{R}{2L} \; ; \; w_o = \frac{1}{\sqrt{Lc}} \qquad \therefore B = \sqrt{(\alpha)^2 - (w_o)^2}$$

حفظ وهذه في حالة التوالي

$$\therefore S_1 = -\alpha + \sqrt{\alpha^2 - w_o^2} \quad , \quad S_2 = -\alpha - \sqrt{\alpha^2 - w_o^2}$$

3 لو نلاحظ حلول المعادلات الـ S_1 و S_2 (roots) سوف تظهر لدينا ثلاث حالات سنتطرق لها بالتفصيل في الامثلة .

1. Case 1 over damped case whe $\alpha > \omega_0$

وتعني هنا الجذر الناتج الـ β هو كله هو حقيقي Real فتبقى كل roots الـ S_1 و S_2 هي real يعني يوجد جذرين مختلفين بالموقع .

اكيف يتم التعامل مع هذه الحالة ؟

وفق مجموعة قوانين تحفظ وهي :-

$$i(t) = A_1 e^{S_1 t} + A_2 e^{S_2 t}$$

بعد تعويض قيم S_1 و S_2 يصبح

$$i(t) = e^{-\alpha t}\left(A_1 e^{\beta t} + A_2 e^{-\beta t}\right) \rightarrow$$ حفظ

$$i(0) = A_1 + A_2 \rightarrow$$ حفظ

$$\frac{di(0)}{dt} = S_1 A_1 + S_2 A_2 \longrightarrow$$ حفظ .

2. Case 2. Critically damped $(\alpha = \omega_0)$

وتعني انه $\alpha = \omega_0$ وتعني وجود في المكان الواحد جذرين .

$$i(t) = e^{-\alpha t}\left(A_1 t + A_2\right) \rightarrow$$ حفظ

$$i(0) = A_2 \rightarrow$$ حفظ

$$\frac{di(0)}{dt} = A_1 - \alpha A_2 \rightarrow$$ حفظ

Case 3 Under damped when $\alpha < \beta$ Complex root.

في هذه الحالة سيكون في الجذور جزء تخيلي بالإضافة الحقيقي اي

$$s_1 = -\alpha + j\beta \quad , \quad s_2 = -\alpha - j\beta$$

$$i(t) = e^{-\alpha t} \left(A_1 \cos|\beta| t + A_2 \sin|\beta| t \right) \longrightarrow$$ حفظ

or

$$i(t) = e^{-\alpha t} A_3 \sin|\beta| (t + \varphi).$$

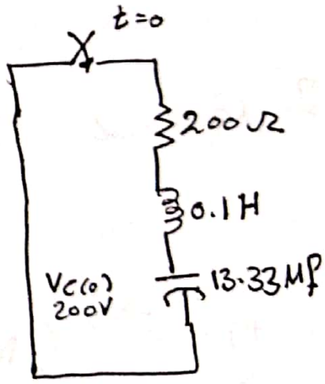
A_3, φ are two new constant.

$$i(0) = A_1 \rightarrow$$ حفظ

$$\frac{di(0)}{dt} = -\alpha A_1 + \beta A_2 \rightarrow$$ حفظ

الان نأتي لنأخذ مثال تطبيقي على كل حالة :-

Ex:- The cct shown in Fig. below find current transient if switch is closed at $t=0$



Sol:-

بداية كل حل ضروري احدد نوع الدائرة من الحالات التي اخذناهم عن طريق ايجاد ال α و w_0 ونجد ايضا ال β

$$\alpha = \frac{R}{2L} = 10^3 \, s^{-1}$$

$$w_0^2 = \frac{1}{LC} = 7.5 \times 10^5 \, s^{-2} \simeq 866 \, s^{-1}$$

$\because \alpha > w_0 \quad \therefore$ over damped.

$$\therefore \beta = \sqrt{\alpha^2 - w_0^2} = 500^{-1}$$

$$\therefore S_1 = -\alpha + \beta = -1000 + 500 = -500$$

$$S_2 = -\alpha - \beta = -1500$$

الدن سنأتي لإيجاد قيمة التيار $i(t)=e^{-\alpha t}(A_1 e^{Bt}+A_2 e^{-Bt})$

$$= e^{-1000t}(A_1 e^{500t}+A_2 e^{-500t})$$

حتى يتم إيجاد قيمة A_1 و A_2 سوف اما نستخدم القانون التي نقطة الحكم
وهو تم الحصول عليه من القانون

$$i(0)=A_1+A_2$$

$$i(0)=e^{-1000*t}(A_1 e^{500t}+A_2 e^{-500t})$$

نعوض t صفر . بعد التعويض $i(0)=A_1+A_2=0$

هنا قيمة التيار عند $t=0$ هو صفر لدن لحظة غلق المفتاح لا يوجد اي تيار في الدائرة .

$$\therefore A_1=-A_2 .$$

ومن خلال تعويض قانون مشتقة التيار في لحظة ال 0

$$\frac{di(0)}{dt}=S_1A_1+S_2A_2$$

∴ يجب ان نجد $\frac{di(0)}{dt}$

By using KVL

$$R*i+\frac{L\,di}{dt}+V_c(0)=0$$

at $t=0$ $i=0$

$$\therefore R*0+L\frac{di}{dt}+200=0$$

$$\therefore \frac{di}{dt}=\frac{-200}{L}=\frac{-200}{0.1}=-2000 \quad A/s.$$

$$-2000=+500A_2+(-1500*A_2)$$

$$-2000=-1000A_2 \qquad \therefore A_2=+2$$

$$A_1=-2$$

$$\therefore i(t)=-2e^{-500t}+2e^{-1500t}$$

ج) في الحالة الذي يخص الحالة الثالثة وهي $\alpha = w_0$ أو ما تسمى بال critically damped

في هذا المثال الدائرة نفس السابقة لكن تم تغيير قيمة السعة إلى $6\mu F$

Sol:-

نعتمد نفس الطريقة السابقة في إيجاد قيم ال α و w_0 ليتم تحديد اي حالة ممكن نستخدم .

$$\alpha = \frac{R}{2L} = 10^3 \quad , \quad w_0 = \frac{1}{LC} = 10^3$$

$\therefore \alpha = w_0 \quad \therefore$ critically case.

$\therefore \beta = 0$.

$$\therefore i(t) = e^{-\alpha t}(A_2 + A_1 t)$$

at $i(0) = A_2$

$\because i(0) = 0$

$\therefore A_2 = 0$

by KVL

$V_L + \cancel{V_R}^{0} + V_{C(0)} = 0$.

$$L\frac{di}{dt} + 2000 = 0$$

$$\therefore \frac{di}{dt} = -2000$$

$$\because \frac{di_{(0)}}{dt} = A_1 - \cancel{\alpha A_2}^{0}$$

$\therefore A_1 = -2000$

$$\therefore i(t) = -2000\,t\,e^{-1000t}$$

في هذه، الحالة هو نفس المثال لكن قيمة المتسعة هي $C=1\mu F$

$\alpha = 1000$

$\beta = j3000$

$\alpha < \omega_0$

$\omega_0^2 = \frac{1}{LC} = \frac{1}{0.1 \times 10^{-6}} = 10^7$

$\therefore \alpha < \omega_0$

unde damped.

$\therefore i_{(t)} = e^{-\alpha t} (\cancel{A_1 \cos |B| t}^{\,0} + A_2 \sin |B| t)$

$i(0) = A_1 \qquad i(0) = 0 \qquad \therefore A_1 = 0$

$\therefore i(t) = e^{-1000t} (A_2 \sin 3000 t)$

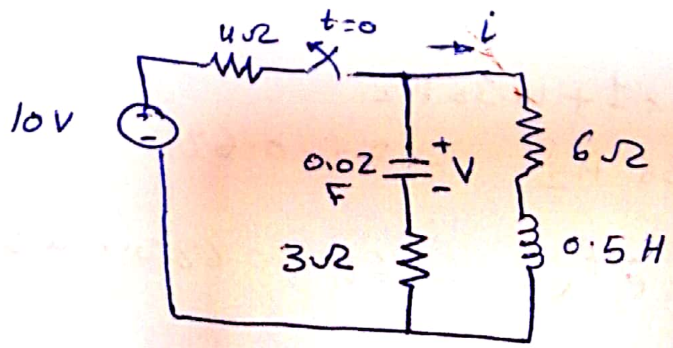
now find A_2 from $\frac{di_0}{dt} = -\cancel{\alpha A_1}^{\,0} + B A_2$

$-2000 = 3000 A_2$

$\therefore A_2 = -0.667$

$$\therefore i(t) = -0.667\, e^{-1000t} \sin 3000 t \ . \ A$$

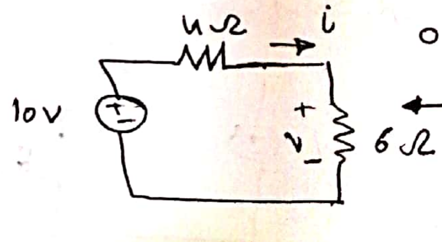
Ex8- Find $i(t)$ in the cct shown in fig. below, Assume that the cct has reached steady state at $t=0$.



Sol/ For $t<0$ the switch is closed

$\therefore i(0) = \frac{10}{4+6} = 1A$

$V(0) = I \times R$
$= 6 \times 1 = 6 V.$



* عند غلق المفتاح المتسعة تكون O.C والحاثة S.C فتجمع الدائرة ومن خلالها نجد (initial Cond.) $i(0)$ و $V(0)$.

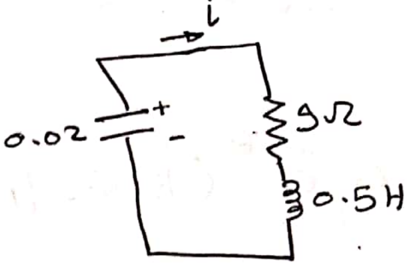
* بعد ما استخرجنا دائرة ال initial الان افتح المفتاح وأجد الدائرة النهائية
ومن خلالها أجد قيمة α و β و w_o و S_1 و S_2 لكي يتم تحديد نوع الدائرة.

$$\alpha = \frac{R}{2L} = \frac{9}{2*\frac{1}{2}} = 9$$

$$S_1, S_2 = -9 \mp j4.36$$

$$w_o = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{2}*\frac{1}{50}}} = 10$$

Final cct



$\because \alpha < w_o$ Under damped.

$$\therefore i(t) = e^{-\alpha t}(A_1 \cos|\beta|t + A_2 \sin|\beta|t)$$

$$i(0) = A_1 = 1$$

$$\frac{di(0)}{dt} = -\alpha A_1 + \beta A_2$$

$$\therefore i(t) = e^{-9t}(\cos 4.36t + A_2 \sin 4.36t)$$

now find $\frac{di(0)}{dt}$ to calculate A_2.

$$V_L + iR + V_{Co} = 0$$

$$\downarrow$$

$$L\frac{di_o}{dt} + \overset{1}{i_o} * 9 + (-6) = 0$$

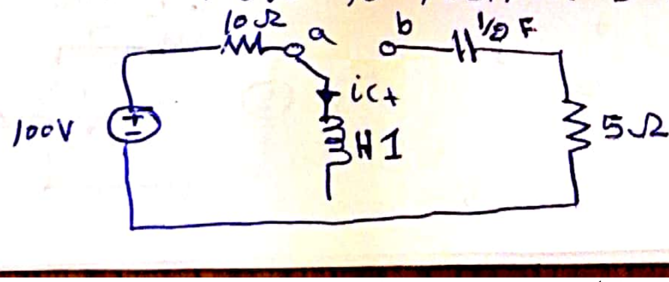
$$\therefore \frac{di_o}{dt} = \frac{-3}{L} = \frac{-3\overset{6}{0}}{0.5} = -6 \text{ A/s}.$$

$$-6 = -9*1 + 4.36A_2$$

$$3 = 4.36\ A_2 \qquad \therefore A_2 = 0.68$$

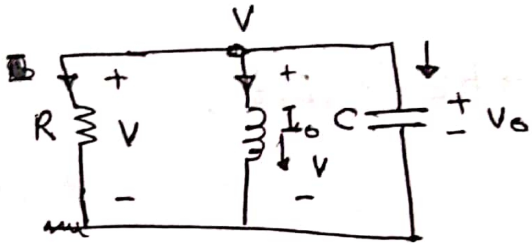
$$\therefore i(t) = e^{-9t}(\cos 4.36t + 0.68 \sin 4.36t)\ A.$$

H.W1 The cct in fig. below has reached steady state at t=0. If the make befor break switch move to position b at t=0 calculate i(t) for t>0.



The Source-Free Parallel cct

* هنا نفس الحبا مع تغيير بسيط في القوانين والدائرة تكون في الحالة الثانية بالشكل الاتي



$S_{1,2}$ → نفس القوانين ما تغيرت $= -\frac{1}{2RC} \mp \sqrt{\left(\frac{1}{2RC}\right)^2 - \frac{1}{LC}}$

$\therefore S_{1,2} = -\alpha \mp \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}$

∴ هنا تم تغيير الـ α $\quad \alpha = \frac{1}{2RC}$, $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

* ملاحظة مهمة في حالة التوازي نفس القوانين السابقة لكن نستبدل التيار بالفولتية لان عندنا الدائرة توازي .

1. over damped when $\alpha > \omega_0$.

$\therefore V(t) = A_1 e^{s_1 t} + A_2 e^{s_2 t}$

$V(0) = A_1 + A_2$

$\frac{dV(0)}{dt} = S_1 A_1 + S_2 A_2$

2. critically damped when $\alpha = \omega_0$

$V(t) = e^{-\alpha t}(A_1 t + A_2)$

$V(0) = A_2$

$\frac{dV(0)}{dt} = A_1 - \alpha A_2$

3. under damped $\alpha < w_o$ Compled roots.

$S_1 = -\alpha + jB$, $S_2 = -\alpha - jB$

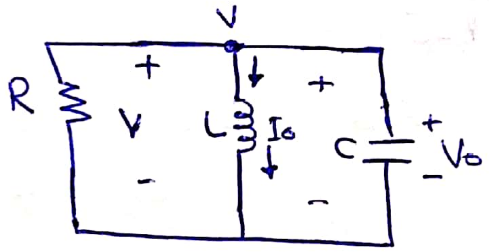
$V(t) = e^{-\alpha t}(A_1 \cos |B| t + A_2 \sin |B| t)$

$V(0) = A_1$

$\frac{dV(0)}{dt} = -\alpha A_1 + B A_2$

Ex8- In the Parallel circuit Shown in Fig. below, find $v(t)$ for $t > 0$ assuming $V(0) = 5V$, $i(0) = 0$, $L = 1H$, and $C = 10mF$.

Consider these Case $R = 1.923$, $R = 5\Omega$ and $R = 6.25\Omega$



Solo.

في هذا المثال من خلال اعطاء ثلاث قيم لمقاومات فانه يعني سوف يطبق
الحالات الثلاثة .

Case 1 If $R = 1.923\ \Omega$

$$\alpha = \frac{1}{2RC} = \frac{1}{2 * 1.923 * 10 * 10^{-3}} = 26$$

$$w_o = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{1 * 10 * 10^{-3}}} = 10$$

$\because \alpha > w_o \therefore$ the response over damped.

$$\therefore S_{1,2} = -\alpha \mp \sqrt{\alpha^2 - w_o^2} = -2, -50$$

$$v(t) = A_1 e^{\overset{S_1}{-2t}} + A_2 e^{\overset{S_2}{-50t}}$$

$V(0) = A_1 + A_2$

$5 = A_1 + A_2$

by using KCL.

Now find $\frac{dv_o}{dt}$. $I_C + I_L + I_R = 0$

$\because I_C = C\frac{dv}{dt}$, $I_R = \frac{V}{R} = V_{C0}$, $I_L = 0 \Rightarrow$ مذكور بالسؤال او معطى

$\therefore C\frac{dv}{dt} + \frac{V_{C0}}{R} + 0 = 0$

$\therefore \frac{dv}{dt} = -\frac{5+0}{RC} = -\frac{5}{1.923 * 10 * 10^{-3}} = -260$

$\frac{dv}{dt} = S_1A_1 + S_2A_2 \Rightarrow -260 = -2A_1 - 50A_2$

⊗ عن طريق تعويض قيمة بمكان قيمة يعني نطلع قيمة A_1 بدلالة A_2 ونعوضها في معادلة $5 = A_1 + A_2$ سوف نجد ان

$A_1 = -0.2083$

$A_2 = 5.208$

$\therefore V(t) = -0.208e^{-2t} + 5.208e^{-50t}$.

when $R = 5\Omega$

$\alpha = \frac{1}{2RC} = 10$ while $\omega_0 =$ ثابت نفس القيمة $\omega_0 = 10$

$\therefore \alpha = \omega_0$ case 2 critically.

$\therefore S_1, S_2 = -10$

$V(t) = (A_1 t + A_2)e^{-10t}$

حتى نوجد A_1 و A_2

$V(0) = A_1 = 5$

$\frac{dV_0}{dt} = -\frac{V_{C(0)} + I_L}{RC} = -\frac{5+0}{5 * 10 * 10^{-3}} = -100$

$\therefore \frac{dv}{dt} = A_1 - \alpha A_2$

$-100 = 5 - 10A_2$ $\therefore A_2 = -10.5$

$\therefore V(t) = (5t - 10.5)e^{-10t}$

Case 3 When $R = 6.25\,\Omega$

$$\alpha = \frac{1}{2RC} = \frac{1}{2*6.25*10*10^{-3}} = 8$$

$$\omega_0 = 10 = \frac{1}{\sqrt{RC}} = 10$$

$\because \alpha < \omega_0 \quad \therefore$ the response under damped.

$$S_{1,2} = -\alpha \mp \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2} = -8 \mp j6.$$

$$v(t) = A_1 \cos(\beta t) + A_2 \sin(\beta t)\, e^{-\alpha t}$$

$$= A_1 \cos 6t + A_2 \sin 6t\, e^{-8t}$$

$\because v(0) = A_1 = 5.$

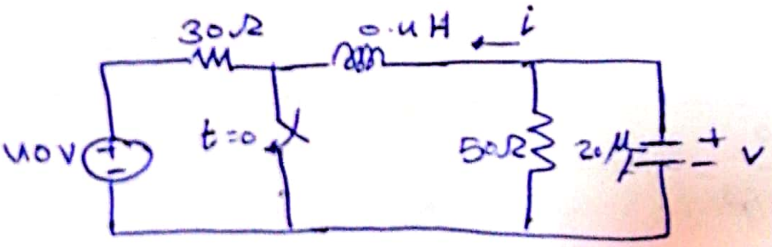
$$\frac{dv(0)}{dt} = -\frac{v(0) + 0}{RC} = -\frac{5}{6.25*10*10^{-3}} = -80$$

$$\because \frac{dv(0)}{dt} = -\alpha A_1 + \beta A_2$$

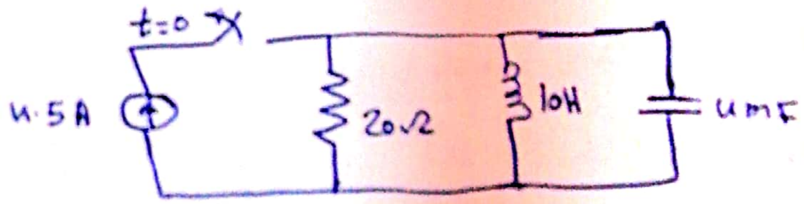
$$-80 = -8*5 + 6A_2 \quad \therefore A_2 = -6.667.$$

$$\therefore v(t) = [5 \cos 6t - 6.667 \sin 6t]\, e^{-8t}.$$

H.W2 Find $v(t)$ for $t>0$ in RLC parallel cct in Fig. below



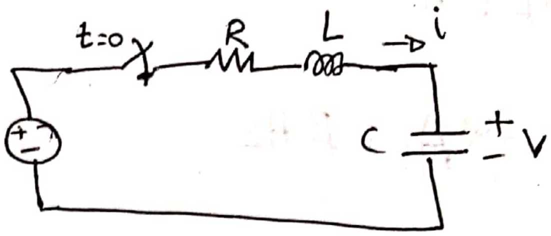
H.W3. Find $v(t)$ for $t>0$ for Fig. below.



Step response of a series RLC cct

الان سننتقل إلى الدائرة ما يحتوي الدائرة الفعالة مصدر وكما موضح في الدائرة الاتية :-

هنا في هذه الحالة القوانين راح تنعكس عن ما كانت وقت Free source شلون يعني بما انه وجود او ظهور مصدر في الدائرة الفعالة يعني راح استخدم او استخرج الفولتيات واستخدام KVL وحسب كل حالة سيكون الاتي .



ملاحظة: كل القوانين الخاصة بـ α و w_0 و S_1 و S_2 و B هي نفسها في Free-source series.

Case 1 Over damped $\alpha > w_0$

$$\therefore V(t) = V_F + A_1 e^{S_1 t} + A_2 e^{S_2 t}$$

$$V(0) = V_F + A_1 + A_2$$

$$\frac{dv_0}{dt} = S_1 A_1 + S_2 A_2$$

Case 2 Critically damped $\alpha = w_0$.

$$V(t) = V_F + (A_1 t + A_2) e^{-\alpha t}$$

$$V(0) = V_F + A_2$$

$$\frac{dv_0}{dt} = A_1 - \alpha A_2$$

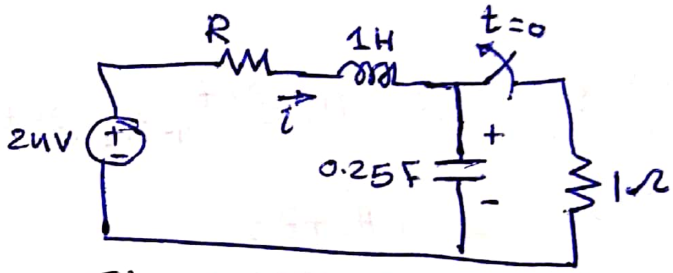
Case 3 -
Under damped $\alpha < w_o$ Complex root.

$$V(t) = V_F + \left(A_1 \cos|\beta| t + A_2 \sin|\beta| t\right) e^{-\alpha t}$$

$$V(0) = V_F + A_1$$

$$\frac{dv(0)}{dt} = -\alpha A_1 + \beta A_2$$

Ex8- For the cct in fig below, find V(t) and i(t) for t>0 Consider Cases 8- $R = 5\Omega$, $R = 4\Omega$ and $R = 1\Omega$.



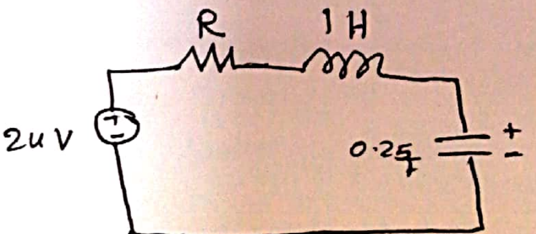
Sol 8-
Case 1 when R=5 For t<0 The switch is closed.
من يكون المفتاح مغلق ولفترة طويلة وهي t<0 فان المتسعة تكون O.C وهنا راح تكون الدائرة عبارة عن مقاومتين توالي على اعتبار الحالة المستقرة S.C فمن خلاله نجد قيمة i(0) .

$$\therefore i(0) = \frac{24}{5+1} = 4 \text{ A}$$

V(0) across Capacitor same the voltag across $R = 1\Omega$.

$$\therefore V(0) = 1 * i(0) = 4 V.$$

For $t > 0$ the swich is open $R = 1\Omega$ تلغى
فتبقى دائرة هي



$$\alpha = \frac{R}{2L} = \frac{5}{2*1} = 2.5$$

$$w_o = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{1*0.25}} = 2.$$

$\because \alpha > w_o$ over damped $\therefore S_{1,2}$ = real

$$S_{1,2} = -\alpha \mp \sqrt{\alpha^2 - w_o^2} = -1, -4.$$

$$\therefore V(t) = V_F + A_1 e^{S_1 t} + A_2 e^{S_2 t} = 24 + A_1 e^{-t} + A_2 e^{-4t}$$

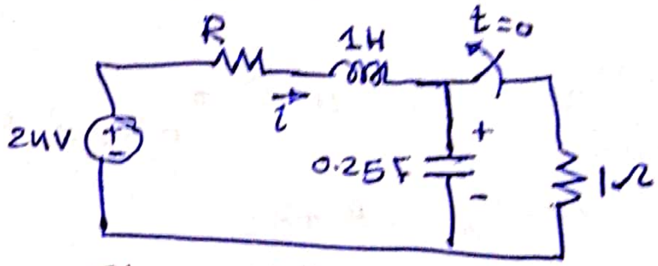
Case 3.
under damped $\alpha < w_o$ Complex roots.

$$V(t) = V_F + (A_1 \cos|\beta| t + A_2 \sin|\beta| t)\, e^{-\alpha t}$$

$$V(0) = V_F + A_1$$

$$\frac{dV(0)}{dt} = -\alpha A_1 + \beta A_2$$

EX8- For the cct in fig below, find V(t) and i(t) for t>0 Consider Cases:- R=5Ω, R=4Ω and R=1Ω.



Sol:-

Case 1 when R=5 For t<0 The switch is closed.

من يكون المفتاح مغلوق ولفترة طويلة وهي t<0 فان المتسعة تكون O.C وهنا راح تكون الدائرة عبارة عن مقاومتين توالي على اعتبار المحاثة اصبح S.C من خلاله نجد قيمة i(0).

$$\therefore i(0) = \frac{24}{5+1} = 4\ A$$

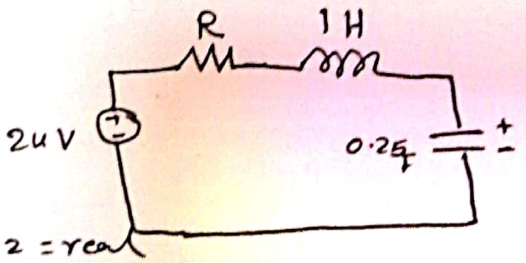
V(0) across capacitor same the voltag across R=1Ω.

$$\therefore V(0) = 1 \times i(0) = 4V.$$

For t>0 the swich is open R=1Ω تلغى

تبقى دائرة هي

$$\alpha = \frac{R}{2L} = \frac{5}{2*1} = 2.5$$



$$w_o = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{1*0.25}} = 2.$$

$\because \alpha > w_o$ over damped $\therefore S_{1,2} =$ real

$$S_{1,2} = -\alpha \mp \sqrt{\alpha^2 - w_o^2} = -1, -4.$$

$$\therefore V(t) = V_F + A_1 e^{S_1 t} + A_2 e^{S_2 t} = 24 + A_1 e^{-t} + A_2 e^{-4t}$$

حتى نجد A_1 و A_2 نستخدم الـ initial وهي

$$V(0) = V_F + A_1 + A_2$$

$$\Downarrow \quad \Downarrow \quad ? \quad ?$$

$$4 \quad 24$$

$$-20 = A_1 + A_2$$

by usind $\frac{dV(0)}{dt} = S_1 A_1 + S_2 A_2$

now we find $\frac{dv_o}{dt}$ by using current dividing

وبما اخذ دائرة توالي اذن $I_C = I_L$ ، $\frac{dv_o}{dt} = i(0)$

$\because i(0) = c\frac{dv_o}{dt} \Rightarrow 4 = 0.25 \frac{dv_o}{dt}$

$$\therefore \frac{dv_o}{dt} = 16$$

$$16 = -A_1 - 4A_2$$

عن طريق تعويض قيمة بدلالة أخرى نعوض حل بالطريقة الآتية.

$\therefore A_1 = -64/3 \ , \quad A_2 = 4/3$

$$\therefore V(t) = 24 + \frac{4}{3}(-16e^{-t} + e^{-4t}) \ V$$

الان نوجد قيمة $i(t)$ من خلال ضرب قيمة السعة بالمعادلة

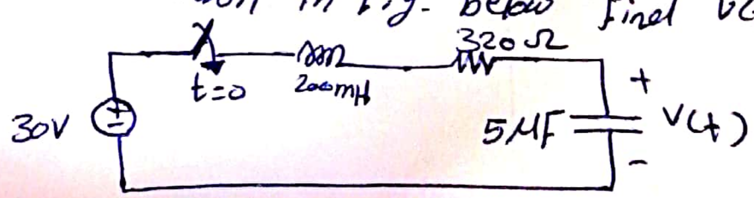
$\frac{dV}{dt} = - \qquad i(t) = c\frac{dV}{dt}$

$$= 0.25 \ (-A_1 e^{-t} - 4A_2 e^{-4t}).$$

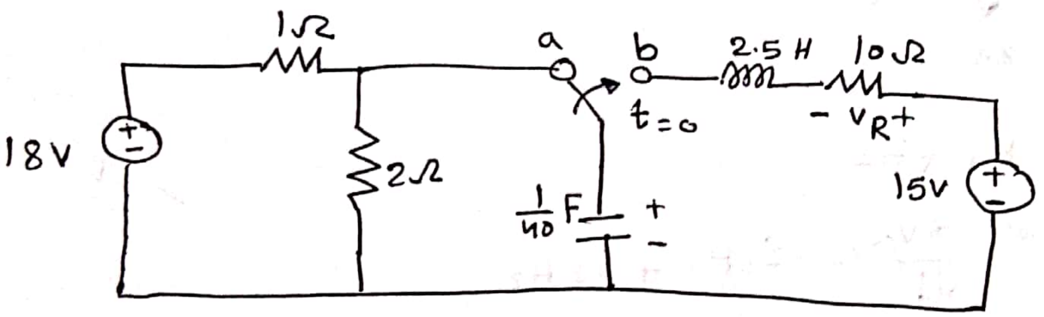
$$\therefore i(t) = \frac{4}{3}(4e^{-t} - e^{-4t}) \ A.$$

اما بقية الحالات فهي تعويض مباشر.

H.W$_4$ In the cct shown in fig. below find $V(t)$ for $t > 0$



H.W. 5. Having been in position a for along time, the switch in Fig. is moved to position b at $t=0$. Find $v(t)$ and $v_R(t)$ for $t>0$.



Step Response of Parrallel RLC cct

في هذا النوع من دوائر step resp. يوجد مصدر تيار في الدائرة المغلقة
ونفس المبدأ بالنسبة لحالة التوالي في step resp. لكن هنا سنأخذ تيار
وهو عكس مبدأ التوازي في Parallel Freesource RLC .

1. over damped $\alpha > \omega_0$

$$i(t) = I_F + A_1 e^{s_1 t} + A_2 e^{s_2 t}$$

$$i(0) = I_F + A_1 + A_2$$

$$\frac{di(0)}{dt} = s_1 A_1 + s_2 A_2$$

2. Crilticaly damped $\alpha = \omega_0$

$$i(t) = I_F + (A_1 t + A_2) e^{-\alpha t}$$

$$i(0) = I_F + A_2$$

$$\frac{di(0)}{dt} = A_1 - \alpha A_2$$

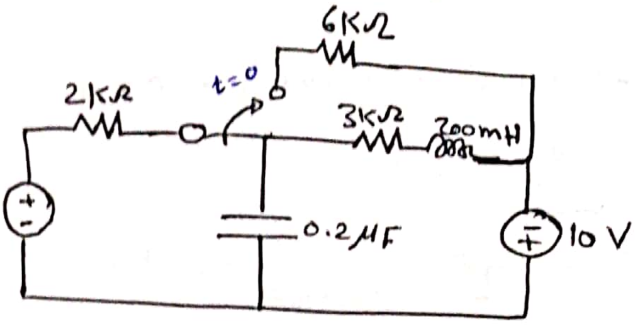
3. under damped $\alpha < \omega_0$ Complex root

$$i(t) = I_F + (A_1 \cos \beta t + A_2 \sin \beta t) e^{-\alpha t}$$

$$i(0) = I_F + A_1$$

$$\frac{di(0)}{dt} = -\alpha A_1 + \beta A_2$$

Ex8 - Determine $i(t)$ for $t>0$ in the cct in Fig. below.



Sol8 - when $t<0$

i_{oL}

$i_o(L)$ الدائرة لديك فيها تيار يسري بملف
والمتسعة تكون o.c.

$$\therefore i_{L(0)} = \frac{15+10}{(2+3)K\Omega} = 5\,mA.$$

$V_{source} - V_R \rightarrow I_L = I_R$ series $= i_{L(0)}$

$$V_C(0) = 15 - 2K * 5mA.$$
$$= 5\ V$$

الان سنأتي لتحويل المفتاح وهي $t>0$

$$\therefore R = 6 // 3 = \frac{3*6}{3+6} = 2\,K\Omega.$$

$$\alpha = \frac{R}{2L} = \frac{2*10^3}{2*200*10^{-3}} = 5000$$

$$\omega_o = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 5000$$

$\because \alpha = \omega_o \therefore$ critically damped.

$$\therefore i(t) = I_F + (A_1 t + A_2)e^{-\alpha t}$$

$I_F = 0$

هنا في لحظة تحويل المفتاح وهي الدائرة راح تكون عبارة عن مصدر فولتية توالي مع ملف ومتسعة ومقاومة المفروض حسب القوانين RLC series step المفروض استخدم الفولتية وبالامكان هنا طالب من عندي تيار فمباشرة استخدمت قوانين التيار وعوضت قيمة I_F هي صفر.

$$i_o(t) = I_F + A_2$$
$$5*10^{-3} = 0 + A_2$$
$$\therefore A_2 = 5*10^{-3}$$

$$\because \frac{di_o}{dt} = A_1 - \alpha A_2 \quad , \quad \frac{di_o}{dt} = \frac{V_L}{L}$$

$-10+15$

الآن نأتي على تطبيق قانون KVL وهو

$$V_L + V_C + V_R - V_S = 0$$

$$V_L + (-5) + (2k\Omega * 5mA) - 10 = 0$$

$$\therefore V_L = 5\,V.$$

$$\frac{di_{(0)}}{dt} = \frac{V_L}{L} = \frac{5}{200*10^{-3}} = 25\ A/s.$$

$$\cancel{25 = A_1 - 5000 * 25}$$

$$25 = A_1 - 5*10^{-3} * 5*10^{3}$$

$$\therefore A_1 = 50$$

$$\therefore i(t) = 0 + (50t + 5*10^{-3})\,e^{-5000t}$$

H.W.5 Find ($i_{R(t)}$) For the cct shown in Fig. below.